• FOLHA Nº 10 – GABARITO COMENTADO •

1) Identifiquemos o peso da primeira sacola por **a** e o peso da segunda por **b**. Como expresso no enunciado, temos que **a** está para **b**, assim como **32** está para **28**. Da segunda propriedade das proporções temos que:

$$\frac{a}{b} = \frac{32}{28} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{32+28}{32}$$

Temos que **a** e **b** somados resultam em **15**, assim como **32** mais **28** resulta em **60**. Substituindo-os na proporção temos:

a = 8

Calculemos o valor de **b**:

b = 7

• Uma das sacolas pesa 8 kg ao passo que a outra pesa 7 kg.

2) $\frac{1}{x} = \frac{2}{18} \cdot \frac{3}{4}$

$\frac{1}{x} = \frac{6}{72}$

$6x = 72$

$x = 12$

OPÇÃO D

3) No produto devemos separar todos os múltiplos de 7, logo 1.7.14.21.28.....994

Temos 142 números e colocando 7 em evidência temos: 7^{142}(1.2.3.4.....142), separando os múltiplos de 7 novamente, temos: ^{7142}(7.14.21..... 140), temos 20 números, e colocando 7 em evidência novamente, temos: 7^{142}. 7^{20}(1.2.3.4.5.....20) onde temos 2 múltiplos de 7, logo a maior potência de 7 é 7^{164}.

OPÇÃO C

4) $z = x + y$

$x = \frac{z}{5} \rightarrow z = 5x$, logo $y = 4x$. logo são proporcionais a 1, 4 e 5

OPÇÃO B

5) Observe que 861 = 3 . 7 . 41

Assim N + 1 = 3 q1 + 3 (divisível por três)

N + 4 = 3 q2 + 7 (divisível por sete)

N + 22 = 41 q3 + 41 (divisível por quarenta e um)

Logo K = (N + 1) (N + 4) (N + 22) é divisível por 861

Daí o resto é zero

OPÇÃO A

6) Como sabemos, a partir do enunciado podemos montar as seguintes igualdades:

• $\mathbf{p_1 = K \cdot {}^{9}/_{8}}$
• $\mathbf{p_2 = K \cdot {}^{8}/_{3}}$
• $\mathbf{p_1 + p_2 = 546}$

Para encontrarmos o valor da constante **K** devemos substituir o valor de $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$ na última expressão:

Portanto:

• $\mathbf{p_1 = 144 \cdot {}^{9}/_{8} = 162}$
• $\mathbf{p_2 = 144 \cdot {}^{8}/_{3} = 384}$
• O primeiro filho ganhou 162 bolas de gude e o segundo ganhou 384.

7) Sejam $a,b,c,d,e,f,g,h,i,$ os números ordenados assim: $a > b > c > d > e > f > g > h > i$.

Então,e = $e = \dfrac{a+b+c+d+e+f+g+h+i}{9} \rightarrow 9e = a+b+c+d+e+f+g+h+i$. Além disso, $\dfrac{a+b+c+d+e}{5} = 68 \rightarrow$

$\rightarrow$ a+b+c+d+e = 340, e também temos a seguinte equação, $\dfrac{e+f+g+h+i}{5} = 44 \rightarrow$ e+f+g+h+i = 220.

Portanto, somando, obtemos 9e + e = 560 $\rightarrow$ e = 56. E assim, a soma desejada será 9e = 504.

OPÇÃO B

8) x = número de condôminos

M = mensalidade

3 condôminos não pagaram

20 acrescimo/condônimo pagante

{1200 = M * x $\rightarrow$ M=1200/x

{1200 = (x – 3) * (M + 20)

1200 = xM + 90x – 3M – 60

1260 = xM + 20x – 3M

1260 = (x – 3)M + 20x

1260 = (x – 3)[1200 / x] + 20x (multiplicar tudo por x)

$1260x = (x - 3)1200 + 20x^2$

$1260\,x = 1200x - 3600 + 20x^2$

$20x^2 + 1200x - 3600 - 1260x = 0$

$20x^2 - 60x - 3600 = 0$ (dividir tudo por 20)

$x^2 - 3x - 180 = 0$

x = 15 ou x = –12

120 : 15 = 80

OPÇÃO A

9) Como $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{2011} \rightarrow \dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{2011} \leftrightarrow a > 2011$, a é pelo menos 2012.

Substituindo a = 2012, encontramos:

$\dfrac{1}{2012}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{2011} \rightarrow \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{2011 \cdot 2012}$ e podemos tomar $b = c = 2 \cdot 2011 \cdot 2012$

OPÇÃO B

10) Vamos utilizar a desigualdade entre as médias.

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$\frac{a+c}{2} \geq \sqrt{ac}$$

$$\frac{b+c}{2} \geq \sqrt{bc}$$

Multiplicando as três desigualdades, temos:

$$\frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{8} \geq \sqrt{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{8} \geq abc$$

$$\frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{abc} \geq 8$$

O menor valor é 8.

OPÇÃO D

11) A soma de todas as notas é 71 + 76 + 80 + 82 + 91 = 400. A média de k números é inteira quando a soma dos *k* números é divisível por *k*. Assim, como 400 é divisível por 4 e a soma das quatro primeiras notas deve ser divisível por 4, o último número a ser digitado é múltiplo de 4, ou seja, é 76 ou 80.

Se o último número é 76, a soma dos outros quatro números é 400 – 76 = 324, que é múltiplo de 3. Seguindo um raciocínio análogo ao anterior, obtemos que o penúltimo número a ser digitado é múltiplo de 3. Mas nenhum dos cinco números é múltiplo de 3, absurdo.

Logo o último número é 80 (de fato, podem ocorrer as “ordens de digitação” 76, 82, 91, 71, 80 e 82, 76, 91, 71, 80)

OPÇÃO C

12) Seja Ni o i-ésimo número, i = 1,...,98.

temos:

(N1 + N2 + ... + N98 + x + y)/100 = 9,83

(N1 + N2 + ... + N98 + x + y) = 983 (I)

e

(N1 + N2 + ... + N98)/98 = 8,5

(N1 + N2 + ... + N98) = 833 (II)

de (I) e (II) vem:

$x + y = 983 - 833 \Rightarrow x + y = 150$

assim:

$x + y = 150 \Rightarrow 3x - 2y = 125 \Rightarrow x = 85$ e $y = 65$

OPÇÃO C

13) A **antes** = 1,2 bilhão = 1 200 milhões

T = 6 milhões

M = (1 200*30 + 6*25)/(1200 + 6) → M = 36 150/1 206 → M ≅ 29,975

14) Note que como a demanda é linear, para cada decréscimo no valor do rodízio, há um aumento do número de fregueses e esses valores são constantes. Assim, temos:

14,8 -------- 180

12,4 -------- 300

10,0 -------- 420

OPÇÃO B

15)
$$\begin{cases} \sqrt[4]{x} + \sqrt[5]{y} = 3 \\ \sqrt{x} + \sqrt[5]{y2} = 5 \end{cases}$$

$\sqrt[4]{x} = a$ e $\sqrt[5]{y} = b$

$$\begin{cases} a + b = 3 \rightarrow b = 3 - a \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases}$$

$a^2 + (3 - a)^2 = 5 \Rightarrow a^2 + 9 - 6a + a^2 = 5 \Rightarrow 2a^2 - 6a + 4 = 0$

$\Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 1) = 0 \Rightarrow a = 2$ ou $a = 1$

Para a = 2 temos b = 1 e para a = 1 temos b = 2. Como queremos o maior valor de y $\sqrt[5]{y} = b \rightarrow y = 2^5 = 32$

OPÇÃO C

16) $x + 20 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Rightarrow x = 5$ e $x = -4$

Verificando somente nos servirá x = 5

OPÇÃO B

17) Devemos ter $c(c + 1) = 30$ então $c = 5$. Agora para $a + b = 25$ temos 24 soluções diferentes para o par (a, b). Daí, a resposta correta seria 24.

OPÇÃO C

18) Como $\sqrt{x+\frac{1}{2}\sqrt{y}} > \sqrt{x-\frac{1}{2}\sqrt{y}}$ e x é inteiro positivo,

$$\sqrt{x+\tfrac{1}{2}\sqrt{y}} - \sqrt{x-\tfrac{1}{2}\sqrt{y}} = 1 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x+\tfrac{1}{2}\sqrt{y}} - \sqrt{x-\tfrac{1}{2}\sqrt{y}}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x+\tfrac{1}{2}\sqrt{y} - 2\sqrt{x+\tfrac{1}{2}\sqrt{y}}\sqrt{x-\tfrac{1}{2}\sqrt{y}} + x - \tfrac{1}{2}\sqrt{y} = 1$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 2\sqrt{x^2 - \tfrac{1}{4}y}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 4x^2 - y$$

$$\Leftrightarrow y = 4x - 1$$

A única alternativa que contém um número da forma 4x – 1 é a alternativa C.

OPÇÃO C

19) Temos 40 níveis. O primeiro nível é constituído de 2 cartas (observe a figura); a razão é 3 (2, 5, 8) Logo, temos que descobrir quantas cartas há no 40º nível:
$a40 = a1 + 39.r \Rightarrow a40 = 2 + 39 . 3 \Rightarrow a40 = 119$
Então temos uma P.A. desta maneira: (2, 5, 8….119). R= 3. Sendo assim, podemos descobrir quantas cartas há no Ka Kay utilizando a fórmula da Soma de todos os termos:
$Sn = (a1 + an) . n/2 \Rightarrow S40 = (2 + 119) . 40/2 \Rightarrow S40 = 121 . 20 \Rightarrow S40 = 2420.$

20) Trabalhando 5 h por dia, se ele produz 1200 peças em 3 dias, ele trabalhou 15 h para fazer 1200 peças. Assim, ele produz 80 peças por hora (1200 peças / 15 h).
Trabalhando 3 h por dia, ele produzirá 240 peças por dia.
Em 7 dias, serão 1680 peças, Faltam 160 peças para a meta (1840 peças), equivalente a 2 h de serviço do tear.
Assim, necessitamos de 2 horas no oitavo dia para produzir essa quantidade.
OPÇÃO A

21) primeira semana : x casas;
segunda semana : y casas;
terceira semana : x + y casas;
quarta semana : x+ y + y = x + 2y casas;
quinta semana : x + 2y + x + y = 2x + 3y casas;
sexta semana : 2x + 3y + x + 2y = 3x + 5y casas.
Se na segunda semana foram construídas 3 casas, então,
y = 3.
Se na quinta semana foram construídas 221 casas, então,
$2x + 3y = 2x + 3 . 3 = 221 \rightarrow 2x + 9 = 221 \rightarrow 2x = 221 - 9 \rightarrow 2x = 212 \rightarrow x = 106$ casas.
Logo, na sexta semana foram construídas
$3x + 5y = 3 .106 + 5 . 3 = 318 + 15 = 333$
OPÇÃO D

22)

COMPUTADORES	VELOCIDADE	TEMPO
x	1	60
10	2	45

$$\frac{x}{10} = \frac{2}{1} . \frac{45}{60}$$

$60x = 900$

$x = 15$

OPÇÃO C

23)

LIVROS	PÁGINAS	DIAS	MÁQUINAS	JORNADA
12500	120	15	4	8
18000	150	24	X	6

$$\frac{4}{x} = \frac{6}{8} . \frac{24}{15} . \frac{120}{150} . \frac{12500}{18000}$$

Fazendo as devidas multiplicações, temos x = 6.

OPÇÃO C

24) Supondo que x seja o número de horas por dia, então x também é o número de dias por semana, o número de semanas por mês e o número de meses por ano. Logo, o número de horas por ano é $x \cdot x \cdot x \cdot x = x^4 = 4096 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x^4 = 2^{12} \Leftrightarrow x^4 = \left(2^3\right)^4 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8$. Portanto o número de semanas por mês é 8.
OPÇÃO A

25) A solução deve satisfazer a condição de existência $x \geq 0$. Assim, $x = y^2 : x = \sqrt{x} + c \Leftrightarrow y^2 - y - c = 0$, $\Delta = 1 + 4c$ e devemos ter $\Delta \geq 0$ para haver solução real. $1 + 4c \geq 0 \Leftrightarrow c \geq -1/4$. Deveremos ter uma raiz não negativa em *y*, o que ocorre porque a equação mostra que a soma das raízes é 1.

OPÇÃO A

26) Inicialmente temos 4,5 litros de água e 4,5 litros de álcool. Colocados x litros de água, para termos 30% de álcool na mistura, basta que $\frac{30}{100}(9 + x) = 4{,}5$, então x = 6.

OPÇÃO B

27) De todos os alunos dessa classe, 60% . (22 + 18) = 0,60 . 40 = 24 foram prestar trabalho comunitário. O número mínimo de alunas que participaram desse trabalho é obtido quando número de alunos que participaram é máximo, ou seja, quando 22 alunos se envolveram, restando assim o mínimo de 24 – 22 = 2 vagas para as meninas.

OPÇÃO B

28) Vamos representar por A, G e L a quantidade de questões de Álgebra, Geometria e Lógica da Prova e por a, g e l as questões respondidas acertadamente em cada uma destas áreas. As condições do problema fornecem as seguintes equações:

$$\frac{a}{A} = 0{,}5;\ \frac{g}{g} = 0{,}7;\ \frac{i}{L} = 0{,}8;\ \frac{a + i}{A + L} = 0{,}62;\ \frac{g + l}{G + L} = 0{,}74$$

Substituindo as relações expressas pelas três primeiras equações nas outras duas, obtemos:

$$\frac{0{,}5\,A + 0{,}8\,L}{A + L} = 0{,}62 \Rightarrow 0{,}12\,A = 0{,}18\,L \Rightarrow A = \frac{3L}{2}$$

$$\frac{0{,}7\,G + 0{,}8\,L}{G + L} = 0{,}74 \Rightarrow 0{,}04\,G = 0{,}06\,L \Rightarrow G = \frac{3L}{2}$$

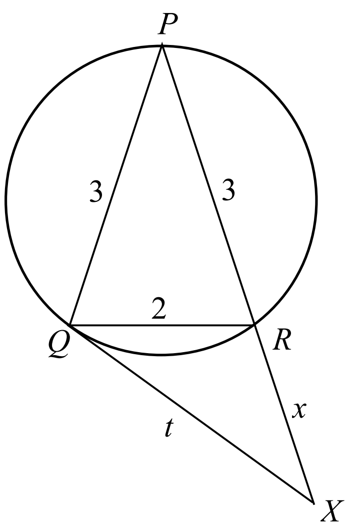
A porcentagem de questões acertadas é:

$$\frac{a + g + l}{A + G + L} = \frac{0{,}5\,A + 0{,}7\,G + 0{,}8\,L}{A + G + L} = \frac{0{,}5.\frac{3}{2}\,L + 0{,}7.\,\frac{3}{2}\,L + 0{,}8\,L}{\frac{3}{2}\,L + \frac{3}{2}\,L + L} = \frac{2{,}6}{4} = 0{,}65 = 65\%$$

OPÇÃO A

29) Sejam *XR* = *x* e *XQ* = t. Veja que ∠*XQR* = ∠*QPR* = ½ · (arco *QR*). Portanto, os triângulos *XRQ* e *XQP* são semelhantes. Escrevendo a razão de semelhança para esses triângulos, obtemos: $\frac{x}{t} = \frac{t}{x+3} = \frac{2}{3}$. Daí,

$$\frac{x}{t} \cdot \frac{t}{x+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \therefore \frac{x}{x+3} = \frac{4}{9} \therefore x = \frac{12}{5}$$



OPÇÃO B